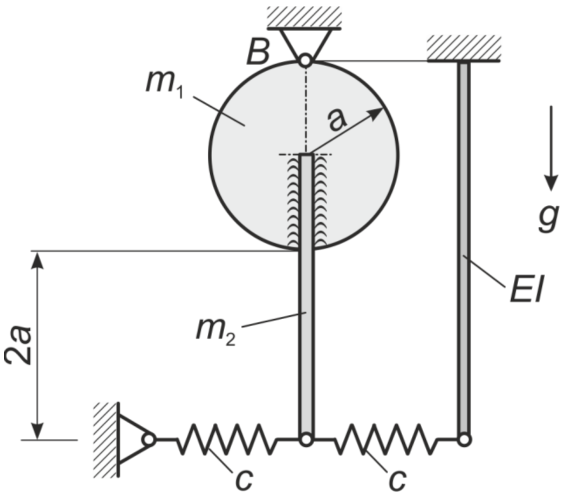


Schwinger - bestehend aus Kreisscheibe mit angeschweißtem Stab, 2 Zug-/Druckfedern und einer Blattfeder - führt Schwingungen kleiner Amplitude um skizzierte statische Ruhelage aus.

Geg.: $m_1 = 240\ kg$, $m_2 = 120\ kg$, $a = 15\ cm$, $c = 15\ N/cm$, $EI = 7{,}2 \cdot 10^7\ Nmm^2$, g

Ges.:
1. DGL der Schwingung
   Lösung über
   - Prinzip von D'ALEMBERT
   - LAGRANGEsche Gleichungen 2. Art
2. Eigenfrequenz

Anm.: Federn sind masselos und nicht vorgespannt

Ersatzfederkonstante c_{ers}:

$$c_{ers} = \underbrace{c + \frac{1}{\underbrace{\frac{1}{c} + \frac{1}{c_f}}_{\text{Reihen-schaltung}}}}_{\text{Parallelschaltung}} = \frac{2 + \frac{c}{c_f}}{1 + \frac{c}{c_f}}\, c$$

Federgesetz Blattfeder (s. Formelsammlung S. 20 - Federn):

$$F_f = c_f\, v_f$$

$$v_f = \frac{F_f\, (4a)^3}{3\, EI}$$

$$c_f = \frac{3\, EI}{64\, a^3}$$

$$c_{ers} = \frac{2 + \dfrac{c}{\dfrac{3\, EI}{64\, a^3}}}{1 + \dfrac{c}{\dfrac{3\, EI}{64\, a^3}}}\, c$$

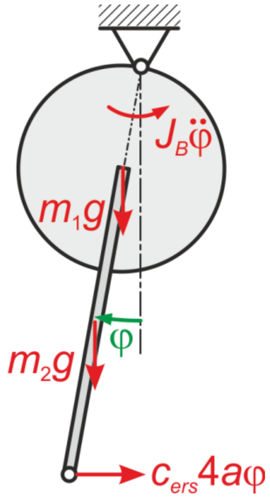
Massenträgheitsmoment J_B:

$$J_B = \frac{1}{2} m_1\, a^2 + m_1\, a^2 + \frac{1}{12} m_2\, (3\, a)^2 + m_2 \left(\frac{5}{2}\, a\right)^2$$

$$= \left(\frac{3}{2} m_1 + 7\, m_2\right) a^2$$

weitere Lösung nach:

- Prinzip von D'ALEMBERT:



$$\overset{\curvearrowleft}{B} \qquad J_B\,\ddot{\varphi} + c_{ers}\,4\,a\,\varphi\,4\,a + m_1\,g\,a\,\varphi + m_2\,g\,\frac{5}{2}\,a\,\varphi = 0$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{16\,c_{ers}\,a + \left(m_1 + \frac{5}{2}\,m_2\right)g}{J_B}\,a\,\varphi = 0$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{\dfrac{1+\dfrac{32\,a^3\,c}{3\,EI}}{1+\dfrac{64\,a^3\,c}{3\,EI}}\,8\,c + \left(m_1 + \frac{5}{2}\,m_2\right)\dfrac{g}{a}}{\dfrac{3}{2}\,m_1 + 7\,m_2}\,\varphi = 0$$

$$\underline{\ddot{\varphi} + 36{,}43\,\frac{1}{s^2}\,\varphi = 0}$$

$$\underline{\omega_0 = 6{,}04\,s^{-1}}$$

- LAGRANGEsche Gleichungen 2. Art

$$\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}\right)^{\bullet} - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = 0$$

$$L = \frac{1}{2}\,J_B\,\dot{\varphi}^2 - \frac{1}{2}\,c_{ers}\,(4\,a\,\varphi)^2 + m_1\,g\,a\,(1-\cos\varphi) + m_2\,g\,\frac{5}{2}\,a\,(1-\cos\varphi)$$

$$\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}\right)^{\bullet} = J_B\,\ddot{\varphi}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi} = -16\,a^2\,c_{ers}\,\varphi - m_1\,g\,a\,\sin\varphi - m_2\,g\,\frac{5}{2}\,a\,\sin\varphi$$

$$J_B\,\ddot{\varphi} + 16\,a^2\,c_{ers}\,\varphi + m_1\,g\,a\,\sin\varphi + m_2\,g\,\frac{5}{2}\,a\,\sin\varphi = 0$$

kleine Ausschläge: $\sin\varphi \approx \varphi$:

$$J_B\,\ddot{\varphi} + \left(16\,a\,c_{ers} + m_1\,g + \frac{5}{2}\,m_2\,g\right)a\,\varphi = 0$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{16\,c_{ers}\,a + \left(m_1 + \frac{5}{2}\,m_2\right)g}{J_B}\,a\,\varphi = 0 \qquad \text{(weiter wie oben)}$$