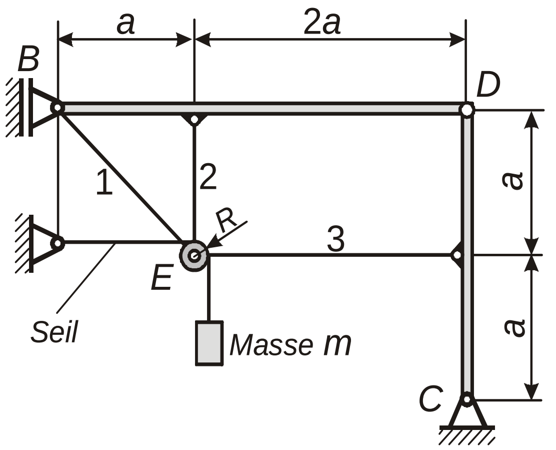


Geg.: $m, g, (a), (R \ll a)$

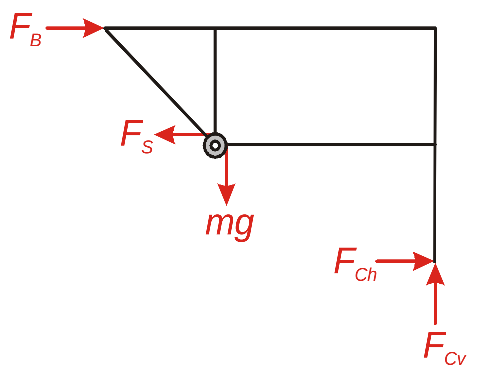
Ges.: Lager-, Gelenk- und Stabkräfte

Anzahl der Unbekannten: 11

$F_B, F_{Ch}, F_{Cv}, F_{Dh}, F_{Dvh}, F_{Eh}, F_{Ev}, F_S, F_{S1}, F_{S2}, F_{S3}$

Erforderliche Gleichgewichtsbedingungen: 11

- Gesamtsystem

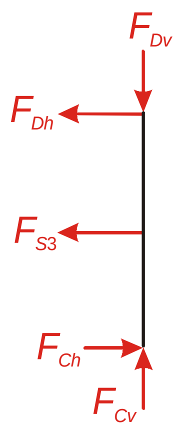


$$\rightarrow: \quad F_B + F_{Ch} - F_S = 0 \qquad (1)$$

$$\uparrow: \quad F_{Cv} - m\,g = 0 \qquad (2)$$

$$\curvearrowleft C: \quad F_S\, a + m\,g\,2\,a - F_B\,2\,a = 0 \qquad (3)$$

- Rechter Balken

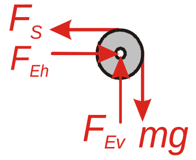


$$\rightarrow: \quad F_{Ch} - F_{Dh} - F_{S3} = 0 \qquad (4)$$

$$\uparrow: \quad F_{Cv} - F_{Dv} = 0 \qquad (5)$$

$$\curvearrowleft D: \quad F_{Ch}\,2\,a - F_{S3}\,a = 0 \qquad (6)$$

- Rolle

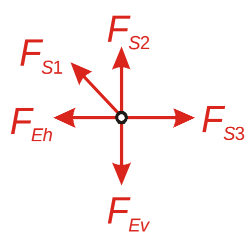


$$\rightarrow: \quad F_{Eh} - F_S = 0 \qquad (7)$$

$$\uparrow: \quad F_{Ev} - m\,g = 0 \qquad (8)$$

$$\curvearrowleft E: \quad F_S\,R - m\,g\,R = 0 \qquad (9)$$

- Knotenpunkt



$$\rightarrow: \quad -F_{S1}\frac{\sqrt{2}}{2} + F_{S3} - F_{Eh} = 0 \qquad (10)$$

$$\uparrow: \quad F_{S1}\frac{\sqrt{2}}{2} + F_{S2} - F_{Ev} = 0 \qquad (11)$$

Werden die 11 Gleichungen in der angegebenen Reihenfolge gelöst, erhält man immer mit jeder folgenden Gleichung ein weiteres Ergebnis:

$$
\begin{aligned}
&(2): && F_{Cv} = mg \\
&(8): && F_{Ev} = mg \\
&(9): && F_S = mg \\
&(7): && F_{Eh} = mg \\
&(3): && F_B = \frac{3}{2}\, mg \\
&(1): && F_{Ch} = -\frac{1}{2}\, mg \\
&(5): && F_{Dv} = mg \\
&(6): && F_{S3} = -mg \\
&(4): && F_{Dh} = \frac{1}{2}\, mg \\
&(10): && F_{S1} = -2\sqrt{2}\, mg \\
&(11): && F_{S2} = 3\, mg
\end{aligned}
$$

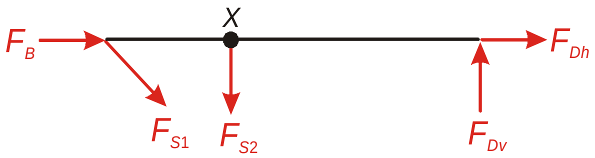
Die Ergebnisse haben die Gleichgewichtsbedingungen am unten stehenden, noch nicht benutzten Teilsystem (waagerechter Balken) zu erfüllen. Diese Tatsache kann zur Kontrolle der Ergebnisse ausgenutzt werden:

- Waagerechter Balken

$$\rightarrow: \quad F_B + F_{Dh} + \frac{\sqrt{2}}{2} F_{S1} = 0 \qquad (12)$$

$$\uparrow: \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} F_{S1} - F_{S2} + F_{Dv} = 0 \qquad (13)$$

$$\curvearrowleft X: \quad F_{Dv}\, 2a + \frac{\sqrt{2}}{2} F_{S1}\, a = 0 \qquad (14)$$



Die Gleichungen (12), (13) und (14) werden mit den obigen Ergebnissen identisch erfüllt.

Hinweise:

Bei umfangreicheren Gleichungssystemen empfiehlt es sich, die Gleichungen in Matrizenform darzustellen. An Hand der erhaltenen (in der Regel schwach besetzten) Koeffizientenmatrix lässt sich zum einen die Lösungsstrategie schneller finden. Zum anderen ist das eine notwendige Vorarbeit bei der Verwendung numerischer Gleichungslöser.

Gl.	F_B	F_{CH}	F_{CV}	F_{DH}	F_{DV}	F_{EH}	F_{EV}	F_S	F_{S1}	F_{S2}	F_{S3}	Rechte Seite
(1)	1	1						-1				0
(2)			1									*mg*
(3)	-2							1				-2*mg*
(4)		1		-1								0
(5)			1		-1							0
(6)		2									-1	0
(7)						1		-1				0
(8)							1					*mg*
(9)								1				*mg*
(10)						-1			$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		1	0
(11)							-1		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	1		0

Wie dargestellt, reichen 11 der 14 aufgestellten Gleichungen aus, um das Problem zu lösen. Welche der 14 Gleichungen dabei ausgewählt werden, sollte an Hand des (minimalen) Aufwands festgelegt werden. Die bei der Auswahl zu realisierenden Bedingungen sind:

- Jede Unbekannte muss mindestens in einer Gleichung auftreten.
- Jede Gleichung sollte möglichst wenige (Idealfall eine neue) Unbekannte erhalten.