

Geg.: $a = 2578 \text{ mm}$, $b = 1055 \text{ mm}$,
 $c = 536 \text{ mm}$, $\mu_0 = 0,5$
 $\tan \alpha_1 = 0$, $\tan \alpha_2 = 0,2$

Ges.: Maximal mögliche Beschleunigung des PKW bei Anfahren auf
 1. waagerechter Ebene (α_1)
 2. geneigter Ebene bergauf (α_2)
 für

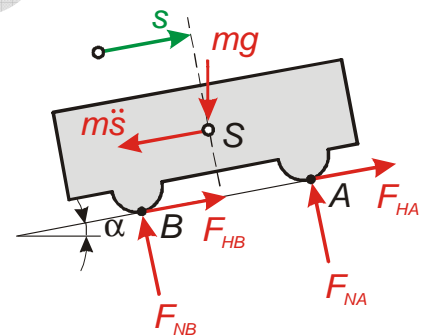
- Frontantrieb
- Heckantrieb
- Allradantrieb

Anm.: Bewegungswiderstände und Drehträgeit der Räder sind vernachlässigbar
 Zahlenwerte stammen von PKW aktueller Produktion

Lösung über Prinzip von D'ALEMBERT

Für alle Antriebsformen gilt:

$$\begin{aligned} \nearrow: & F_{HA} + F_{HB} - m g \sin \alpha - m \ddot{s} = 0 \\ \curvearrowright B: & F_{NA} a + m g [\sin \alpha c - \cos \alpha (a - b)] + m \ddot{s} c = 0 \\ \curvearrowright A: & -F_{NB} a + m g (\sin \alpha c + \cos \alpha b) + m \ddot{s} c = 0 \end{aligned}$$



$$F_{HA} + F_{HB} = m g \left(\sin \alpha + \frac{\ddot{s}}{g} \right) \quad (1)$$

$$F_{NA} = \frac{m g c}{a} \left(-\sin \alpha + \cos \alpha \frac{a - b}{c} - \frac{\ddot{s}}{g} \right) \quad (2)$$

$$F_{NB} = \frac{m g c}{a} \left(\sin \alpha + \cos \alpha \frac{b}{c} + \frac{\ddot{s}}{g} \right) \quad (3)$$

Haftreibungsgesetz:

$$F_{HA} \leq f_A \mu_0 F_{NA} \quad (4)$$

$$F_{HB} \leq f_B \mu_0 F_{NB} \quad (5)$$

Grenzwerte der Haftreibung für die unterschiedlichen Antriebsformen:

	$F_{HA} = f_A \mu_0 F_{NA}$	$F_{HB} = f_B \mu_0 F_{NB}$
Frontantrieb	$f_A = 1$	$f_B = 0$
Heckantrieb	$f_A = 0$	$f_B = 1$
Allradantrieb	$f_A = 1$	$f_B = 1$

Sinnvoll sind nur Ergebnisse mit $F_{NA} > 0$, da sonst Abheben der Vorderräder erfolgt ($F_{NB} > 0$ ist erfüllt). Daraus folgt der Grenzwert für die Beschleunigung:

$$\frac{\ddot{s}}{g} < \cos \alpha \frac{a-b}{c} - \sin \alpha = 2,841 \cos \alpha - \sin \alpha$$

Aus den Gleichungen (1) ... (5) folgt allgemein:

$$\frac{\ddot{s}}{g} = \frac{f_A \left(1 - \frac{b}{a}\right) + f_B \frac{b}{a}}{1 + (f_A - f_B) \frac{c}{a} \mu_0} \mu_0 \cos \alpha - \sin \alpha$$

Speziell:

Frontantrieb:

$$\frac{\ddot{s}}{g} = \frac{\mu_0 \cos \alpha}{\left(1 + \frac{c}{a} \mu_0\right) \frac{a}{a-b}} - \sin \alpha$$

Heckantrieb:

$$\frac{\ddot{s}}{g} = \frac{\mu_0 \cos \alpha}{\frac{a-c}{b} \mu_0} - \sin \alpha$$

Allradantrieb:

$$\frac{\ddot{s}}{g} = \mu_0 \cos \alpha - \sin \alpha$$

Ergebnisübersicht für alle Antriebsformen und Neigungswinkel:

Antriebsform	$\frac{\ddot{s}}{g}(\alpha)$	$\frac{\ddot{s}}{g}(\alpha_1)$	$\frac{\ddot{s}}{g}(\alpha_2)$
Frontantrieb	$0,2676 \cos \alpha - \sin \alpha$	0,268	0,066
Heckantrieb	$0,3865 \cos \alpha - \sin \alpha$	0,386	0,183
Allradantrieb	$0,5 \cos \alpha - \sin \alpha$	0,500	0,294
Grenzwert	$2,841 \cos \alpha - \sin \alpha$	2,841	2,590

Trigonometrische Beziehungen für $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$:

$$\begin{array}{lll} \sin \alpha = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} & \sin \alpha_1 = 0 & \sin \alpha_2 = 0,1961 \quad (\alpha_2 = 11,31^\circ) \\ \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} & \cos \alpha_1 = 1 & \cos \alpha_2 = 0,9806 \end{array}$$

Mögliche praktische Schlussfolgerungen:

Maß c: Bei Frontantrieb bringt eine Verkleinerung („Tiefer Legen“) eine Erhöhung der möglichen Beschleunigung.
Bei Heckantrieb bringt eine Erhöhung („Höher Legen“) eine Erhöhung der möglichen Beschleunigung.
Beim Allradantrieb ist dieses Maß (wie auch die anderen) ohne Bedeutung.

Haftreibungskoeffizient μ_0 :

Bei allen Antriebsformen bringt ein größerer Wert auch eine größere mögliche Beschleunigung.

Fahrzeugmasse:

Unter den getroffenen Annahmen ohne Einfluss.