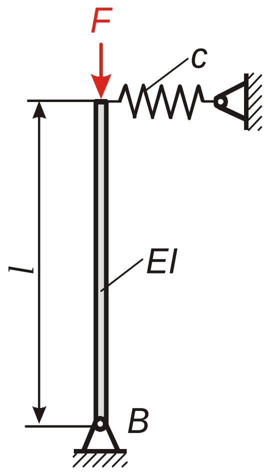


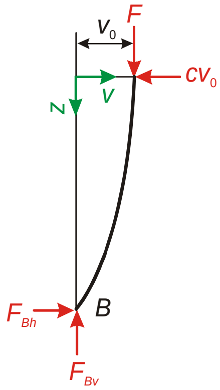
Geg.: EI, c, l

Ges.: Kleinste kritische Last F_k, die zum Stabilitätsverlust führt

Anm.: Last ist richtungstreu

Gleichgewichtsbedingungen am (verformten) Balken

Annahme:



$\rightarrow$: $F_{Bh} = c\, v_0$

$\uparrow$: $F_{Bv} = F$

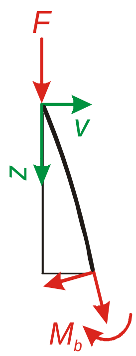
$\stackrel{\curvearrowleft}{B}$: $(c\, l - F)\, v_0 = 0$

Fallunterscheidung

- Fall a): $v_0 \neq 0$

  $\underline{F_{k\,a)} = c\, l}$

Hilfe TM



- Fall b): $v_0 = 0$ (d. h. 2. EULER-Fall)

Schnittmoment im verformten Balken

$$M_b = F\, v$$

DGL der elastischen Linie

$$EIv'' = -M_b$$

DGL des Problems

$$EI\, v'' = -F\, v$$

$$EI\, v'' + F\, v = 0$$

$$v'' + \alpha^2\, v = 0 \qquad \text{mit: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

Hilfe Ma

Lösung der DGL

$$v = C_1 \cos\alpha z + C_2 \sin\alpha z$$

Randbedingungen

$$v(0) = 0 \qquad C_1 = 0$$

$$v(l) = 0 \qquad 0 = C_2 \sin\alpha l$$

Da $C_2 \neq 0$ gelten muss (sonst keine Verformung), folgt die Bedingung:

$$\sin \alpha l = 0$$

bzw. $$\alpha l = \sqrt{\frac{F_k}{EI}}\, l = k\,\pi \qquad k = 0, 1, 2 \ldots$$

$$F_k = \frac{k^2\,\pi^2\,EI}{l^2}$$

Für k = 1 folgt daraus die kleinste kritische Last des Fall b) zu:

$$\underline{F_{k\,b)} = \frac{\pi^2\,EI}{l^2}}$$

Ergebnis:

$$\underline{\underline{F = \min(\,c\,l\,;\,\frac{\pi^2\,EI}{l^2}\,)}}$$